



Global Elite National Mathematics Olympiad

(GenMO – นักคิดพันธุ์ใหม่)

Mathematics Mock Examination (Level 4: ม.1–ม.3)

ชื่อ – นามสกุล _____ โรงเรียน _____ ชั้น _____

ข้อสอบฉบับนี้เป็นลิขสิทธิ์ของบริษัท อคาเดมิค คอนเทสต์ (ประเทศไทย) จำกัด
 การทำซ้ำหรือดัดแปลงหรือเผยแพร่ถือเป็นการละเมิด จะถูกดำเนินคดีตามกฎหมาย

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ข้อ 1 – ข้อ 32 (100 คะแนน)

เวลา 90 นาที

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. จงหาค่าของ $(0.5)^3 + 3 \times (0.5)^2 \times (-1.5) + 3 \times (0.5) \times (-1.5)^2 + (-1.5)^3$

Find the value of $(0.5)^3 + 3 \times (0.5)^2 \times (-1.5) + 3 \times (0.5) \times (-1.5)^2 + (-1.5)^3$

1. -1

2. 1

3. 0

4. 2

ตอบข้อ 1

$$\text{จาก } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{จากโจทย์จะได้ } (0.5 - 1.5)^3 = -1$$

2. กำหนด $N = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2570}$ จงหาเศษที่เกิดจากการหาร N ด้วย 6

Let $N = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2570}$. Find the remainder when N is divided by 6.

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

ตอบข้อ 1

$$\text{จาก } N = 1 + (5 + 5^2) + (5^3 + 5^4) + \dots + (5^{2569} + 5^{2570})$$

$$= 1 + 5(1 + 5) + 5^2(1 + 5) + \dots + 5^{2569}(1 + 5)$$

เนื่องจาก $5(1 + 5) + 5^2(1 + 5) + \dots + 5^{2569}(1 + 5)$ ทุกพจน์สามารถหารด้วย 6 ลงตัว

ดังนั้น เศษที่เกิดจากการหาร N ด้วย 6 คือ 1

3. ให้ p และ q เป็นจำนวนเต็มคี่ที่สอดคล้องกับ

$$(1 + 3 + 5 + \cdots + p) + (1 + 3 + 5 + \cdots + q) = (1 + 3 + 5 + \cdots + 25)$$

แล้ว $p + q$ มีค่าเท่าไร

Let p and q be odd integers satisfying

$$(1 + 3 + 5 + \cdots + p) + (1 + 3 + 5 + \cdots + q) = (1 + 3 + 5 + \cdots + 25)$$

Find $p + q$.

1. 30 2. 32 3. 34 4. 36

ตอบข้อ 2

จาก $5^2 + 12^2 = 13^2$

แสดงว่า $1 + 3 + 5 + \cdots + 9 = 5^2 \Rightarrow p = 9$

และ $1 + 3 + 5 + \cdots + 23 = 12^2 \Rightarrow q = 23$

ดังนั้น $p + q = 9 + 23 = 32$

4. กำหนดให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 16, 40 และ 100 แล้วมีเศษเหลือเท่ากันและ y เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 16, 40 และ 100 แล้วมีเศษเหลือเป็น 1 ค่าของ $y - x$ คือข้อใดต่อไปนี้

Let x be the greatest positive integer that divides 16, 40, and 100, leaving the same remainder in each case. Let y be the smallest positive integer that leaves a remainder of 1 when divided by 16, 40, and 100.

Which of the following is the value of $y - x$?

1. 389 2. 400 3. 412 4. 489

ตอบข้อ 1

เทคนิคการหาค่า x

$$\left. \begin{array}{l} \text{ตัวมาก} - \text{ตัวกลาง} \\ \text{ตัวกลาง} - \text{ตัวน้อย} \end{array} \right\} \text{หา ห.ร.ม.}$$

จะได้ $100 - 40 = 60$

$$40 - 16 = 24$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24, 60 คือ 12

$$\therefore x = 12$$

เทคนิคการหาค่า y

$$y = \text{ค.ร.น. ตัวหาร} + \text{เศษ}$$

$$\text{ค.ร.น. ของ } 16, 40, 100 \text{ คือ } 400 \quad \therefore y = 400 + 1 = 401$$

$$\text{ดังนั้น } y - x = 401 - 12 = 389$$

5. ค่าของ $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{21 \cdot 23}$ เท่ากับข้อใด

Which of the following is the value of $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{21 \cdot 23}$?

1. $\frac{325}{462}$

2. $\frac{335}{462}$

3. $\frac{335}{506}$

4. $\frac{357}{506}$

ตอบข้อ 4

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{21 \cdot 23} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{21} - \frac{1}{23} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{21} - \frac{1}{23} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{21} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{23} \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{22} + \frac{1}{23} \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{714}{506} = \frac{357}{506} \end{aligned}$$

6. ถ้า $ab = 200$

$$bc = 700$$

$$ca = 800$$

จงหาค่าของ $7a^2 + 7b^2 + 7c^2$

If

$$ab = 200, bc = 700, ca = 800,$$

find the value of $7a^2 + 7b^2 + 7c^2$.

1. 18,785

2. 22,425

3. 25,565

4. 31,225

ตอบข้อ 2

จากโจทย์

$$ab = 200$$

$$\dots(1)$$

$$bc = 700 \quad \dots(2)$$

$$ca = 800 \quad \dots(3)$$

จาก (1) $abc = 200c$

จาก (2) $abc = 700a$

จาก (3) $abc = 800b$

จะได้ $200c = 700a = 800b \quad \dots(4)$

หา ค.ร.น. ของ $(200, 700, 800) = 5600$

นำ สมการ (4) $\div 5600$ จะได้ $\frac{200c}{5600} = \frac{700a}{5600} = \frac{800b}{5600}$
 $\frac{c}{28} = \frac{a}{8} = \frac{b}{7} = k \quad \dots(5)$

จากสมการ (5) จะได้

$$\frac{c}{28} = k$$

$$c = 28k$$

$$\frac{a}{8} = k$$

$$a = 8k$$

$$\frac{b}{7} = k$$

$$b = 7k$$

แทนค่า $a = 8k, b = 7k$ ในสมการ (1) จะได้ $(8k)(7k) = 200$

นั่นคือ $a^2 + b^2 + c^2 = (8k)^2 + (7k)^2 + (28k)^2$
 $= 64k^2 + 49k^2 + 784k^2$
 $= 897k^2 = 897 \times \frac{25}{7}$
 $= \frac{22425}{7}$

ดังนั้น $7a^2 + 7b^2 + 7c^2 = 7(a^2 + b^2 + c^2) = 7 \times \frac{22425}{7} = 22,425$

7. จากการสำรวจคนกลุ่มหนึ่ง ได้ข้อมูลดังนี้

มีผู้ชายที่คิดว่าตนเองเป็นผู้หญิง 10%

มีผู้หญิงที่คิดว่าตนเองเป็นผู้ชาย 20%

มีผู้ที่คิดว่าตนเองเป็นผู้ชาย 50%

อัตราส่วนของจำนวนผู้ชายต่อจำนวนผู้หญิงของคนกลุ่มนี้มีค่าเท่าไร

A survey of a group of people found that:

- 10% of the men identified themselves as women.
- 20% of the women identified themselves as men.
- 50% of the group identified themselves as men.

What is the ratio of the number of men to the number of women in the group?

1. $3 : 5$

2. $5 : 3$

3. $3 : 4$

4. $4 : 3$

ตอบข้อ 3

ให้ x และ y เป็นผู้ชายและผู้หญิง ตามลำดับ

โจทย์กำหนด มีผู้ชายที่คิดว่าตนเองเป็นผู้หญิง 10% และ มีผู้หญิงที่คิดว่าตนเองเป็นผู้ชาย 20%

แสดงว่า $0.9x$ และ $0.2y$ เป็นผู้ชายและผู้หญิงที่คิดว่าตนเองเป็นผู้ชาย ตามลำดับ

โจทย์ ผู้ที่คิดว่าตนเองเป็นผู้ชาย 50%

แสดงว่า $0.9x + 0.2y = 0.5(x + y)$

$$0.9x + 0.2y = 0.5x + 0.5y$$

$$0.4x = 0.3y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{0.3}{0.4}$$

$$x : y = 3 : 4$$

8. ถ้า $3003_x = 366_7$ แล้ว $x^2 + 2^x$ มีค่าเท่าใด

If $3003_x = 366_7$, what is the value of $x^2 + 2^x$?

1. 8

2. 17

3. 32

4. 57

ตอบข้อ 3

โจทย์กำหนด

$$3003_x = 366_7$$

$$3x^3 + 3 = 3(7)^2 + 6(7) + 6$$

$$3x^3 + 3 = 195$$

$$x^3 = 64 \Rightarrow x = 4$$

ดังนั้น

$$x^2 + 2^x = 4^2 + 2^4 = 32$$

9. ถ้า $x + 2$ หาร $x^3 + 5x^2 - 4$ ได้ผลลัพธ์คือ $q(x)$ และเหลือเศษเท่ากับ r แล้ว $x + 3$ หาร $q(x)$ ได้เศษเหลือเท่ากับข้อใด

When $x^3 + 5x^2 - 4$ is divided by $x + 2$, the quotient is $q(x)$ and the remainder is r . What is the remainder when $q(x)$ is divided by $x + 3$?

1. -12

2. -6

3. 0

4. 6

ตอบข้อ 2

จากโจทย์ $x^3 + 5x^2 - 4 = (x + 2)q(x) + r$

หาเศษเหลือ $r = P(-2) = (-2)^3 + 5(-2)^2 - 4 = 8$

จะได้ว่า $x^3 + 5x^2 - 4 = (x + 2)q(x) + 8$

$$x^3 + 5x^2 - 12 = (x + 2)q(x)$$

$$(x + 2)(x^2 + 3x - 6) = (x + 2)q(x) \quad \text{ใช้หารสังเคราะห์}$$

แสดงว่า $q(x) = x^2 + 3x - 6 \Rightarrow q(x) = x(x + 3) - 6$

ดังนั้น $x + 3$ หาร $q(x)$ ได้เศษ -6

10. ถ้า $(5998)^2 + 4(5998) - 999,996 = A \times 10^n$ เมื่อ $0 \leq A < 10$ แล้ว $2A + n^2$ มีค่าเป็นเท่าใด

If $(5998)^2 + 4(5998) - 999,996 = A \times 10^n$, what is the value of $2A + n^2$ when $0 \leq A < 10$?

1. 32

2. 48

3. 56

4. 64

ตอบข้อ 3

ให้ $x = 5998$ จากโจทย์จะได้

$$x^2 + 4x + 4 - 4 - 999,996 = (x + 2)^2 - 1,000,000$$

$$A \times 10^n = (6,000)^2 - 1,000^2$$

$$= (6,000 + 1,000)(6,000 - 1,000)$$

$$= 7,000 \times 5,000$$

$$= 3.5 \times 10^7$$

ดังนั้น $2A + n^2 = 2(3.5) + 7^2 = 56$

11. จงหาผลบวกของจำนวนจริง x ทั้งหมด ที่เป็นคำตอบของสมการ

$$(3^x - 27)^2 + (5^x - 625)^2 = (3^x + 5^x - 652)^2$$

Find the sum of all real values of x that satisfy the equation

$$(3^x - 27)^2 + (5^x - 625)^2 = (3^x + 5^x - 652)^2$$

1. 4

2. 6

3. 7

4. 9

ตอบข้อ 3

จาก $(3^x - 27)^2 + (5^x - 625)^2 = (3^x + 5^x - 652)^2$

ให้ $a = 3^x - 27$

และ $b = 5^x - 625$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a + b)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

จะได้

$$2ab = 0$$

นั่นคือ

$$a = 0 \text{ หรือ } b = 0$$

$3^x - 27 = 0$ $3^x = 3^3$ $x = 3$	$5^x - 625 = 0$ $5^x = 5^4$ $x = 4$
------------------------------------	-------------------------------------

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนจริง x ทั้งหมด $= 3 + 4 = 7$

12. ถ้า $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ และ $3x - 2y + z = 18$ จงหาค่าของ $x + 5y - 3z$

If $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ and $3x - 2y + z = 18$, find the value of $x + 5y - 3z$.

1. 9

2. 15

3. 18

4. 24

ตอบข้อ 4

ให้ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k$

จะได้ว่า

$$x = 3k, y = 4k, z = 5k$$

และ

$$3x - 2y + z = 18$$

จะได้

$$3(3k) - 2(4k) + (5k) = 18$$

$$6k = 18 \Rightarrow k = 3$$

นั่นคือ

$$x = 9, y = 12, z = 15$$

ดังนั้น

$$x + 5y - 3z = 9 + 5(12) - 3(15) = 24$$

13. กำหนดให้ a, b และ c เป็นรากของสมการ $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$ จงหา $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Let a, b and c be the roots of the equation $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$. Find the value of $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

1. $\frac{11}{12}$ 2. $\frac{6}{11}$ 3. $\frac{1}{6}$ 4. $\frac{2}{11}$

ตอบข้อ 1

ใช้สูตรของ Viete เมื่อ

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \text{ มีคำตอบเป็น } x_1, x_2, x_3$$

จะได้ว่า

$$x_1 + x_2 + x_3 = -a$$

และ

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = b$$

และ

$$x_1 x_2 x_3 = -c$$

พิจารณา

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} &= \frac{bc}{abc} + \frac{ac}{abc} + \frac{ab}{abc} \\ &= \frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{ab+bc+ca}{abc} \end{aligned}$$

ใช้สูตร Viete จะได้ว่า

$$ab + bc + ca = -11$$

และ $abc = -12$

ดังนั้น $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{-11}{-12} = \frac{11}{12}$

14. กำหนด L_1 มีสมการเป็น $2x - 3y + 6 = 0$, L_2 ผ่านจุด $(-2, 3)$ และขนานกับ L_1 หาก L_3 ผ่านจุด $(\frac{2}{3}, -1)$ และตั้งฉากกับ L_1 แล้วถามว่า L_2 กับ L_3 ตัดกันที่จุดใด

Let L_1 be the line $2x - 3y + 6 = 0$. Line L_2 passes through $(-2, 3)$ and is parallel to L_1 . Line L_3 passes through $(\frac{2}{3}, -1)$ and is perpendicular to L_1 . At what point do L_2 and L_3 intersect?

1. $(-\frac{1}{2}, 1)$ 2. $(-\frac{1}{2}, 2)$ 3. $(-1, \frac{1}{2})$ 4. $(-2, 3)$

ตอบข้อ 4

เฉลยวิธีทำ

$$m_{L_1} = m_{L_2} = \frac{2}{3}$$

สมการ L_2 คือ $y - 3 = \frac{2}{3}(x + 2)$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{13}{3} \dots \textcircled{1}$$

L_3 ตั้งฉากกับ $L_1 \Rightarrow m_{L_3} = -\frac{3}{2}$

สมการ L_3 คือ $y + 1 = -\frac{3}{2}(x - \frac{2}{3})$

$$y = -\frac{3}{2}x \dots \textcircled{2}$$

แก้สมการ ① และ ② จะได้

$$x = -2, y = 3$$

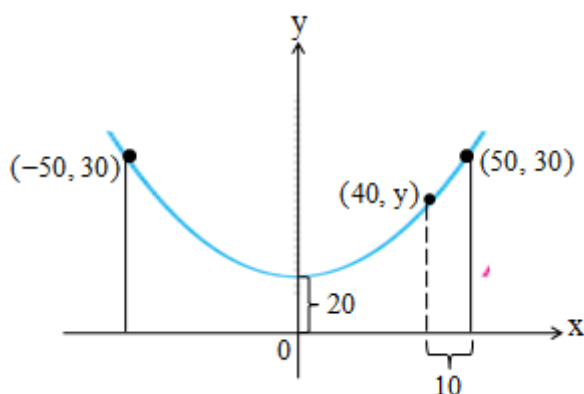
จุดตัด คือ $(-2, 3)$

15. เสาไฟฟ้าสองต้นซึ่งสูง 30 เมตร เท่ากัน อยู่ห่างกันเป็นระยะ 100 เมตร สายไฟฟ้าที่อยู่ระหว่างเสาสองต้นนี้ หย่อน มีลักษณะเป็นรูปพาราโบลาและสูงจากพื้นดิน 20 เมตร ณ จุดกึ่งกลางระหว่างเสาสองต้นนี้ จงหาว่า สายไฟฟ้านี้อยู่สูงจากพื้นดินกี่เมตร ณ จุดที่อยู่ห่างจากเสา 10 เมตร

Two utility poles, each 30 metres tall, are 100 metres apart. The power line suspended between them forms a parabola and is 20 metres above the ground at the midpoint between the poles. How high above the ground is the power line at a point 10 metres from one of the poles?

1. 24.8 2. 25.5 3. 26.4 4. 27.2

ตอบข้อ 3



จุดยอดของพาราโบลาอยู่ที่ $(0, 20)$ และกราฟหงายขึ้น

สมการพาราโบลา คือ $y = ax^2 + 20$...(*)

กราฟผ่านจุด $(50, 30)$ ดังนั้น $30 = a \times 50^2 + 20$

$$a = \frac{1}{250}$$

แทนค่า $a = \frac{1}{250}$ ในสมการ (*)

จะได้ $y = \frac{1}{250}x^2 + 20$

ถ้า $x = 40$ จะได้ $y = \frac{1}{250} \times 40^2 + 20$
 $y = 26.4$

ณ จุดที่ห่างจากเสาไฟฟ้า 10 เมตร สายไฟฟ้าสูงจากพื้นดิน 26.4 เมตร

16. ถ้า $x = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ และ $y = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ จงหาค่าของ $x^4 + y^4 + (x+y)^4$

If $x = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ and $y = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$, find the value of $x^4 + y^4 + (x+y)^4$

1. 1,062

2. 1,152

3. 1,232

4. 1,312

ตอบข้อ 2

พิจารณา

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{7-3} = \frac{7+2\sqrt{21}+3}{4} \\ &= \frac{(10+2\sqrt{21})}{4} = \frac{5+\sqrt{21}}{2} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{7-3} = \frac{7-2\sqrt{21}+3}{4} = \frac{5-\sqrt{21}}{2} \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$x + y = \frac{5+\sqrt{21}}{2} + \frac{5-\sqrt{21}}{2} = 5$$

และ

$$xy = \frac{5+\sqrt{21}}{2} \cdot \frac{5-\sqrt{21}}{2} = \frac{25-21}{4} = 1$$

จากโจทย์ $x^4 + y^4 + (x + y)^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 + 5^4$

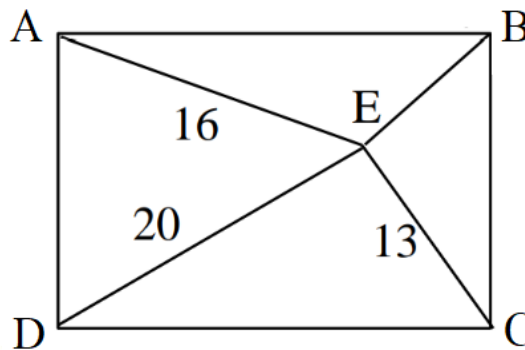
$$= ((x + y)^2 - 2xy)^2 - 2(1)^2 + 5^4$$

$$= (5^2 - 2 \times 1)^2 - 2 + 625$$

$$= 23^2 - 2 + 625 = 1,152$$

17. แผนภาพแสดง จุด E ที่อยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD ทำให้ AE = 16 cm, DE = 20 cm และ CE = 13 cm จงหาความยาว BE

The diagram shows a point E inside rectangle ABCD, where AE = 16 cm, DE = 20 cm, and CE = 13. Find the length of BE.



1. 4 cm

2. 5 cm

3. 6 cm

4. 7 cm

ตอบข้อ 2

$$BE^2 + 20^2 = 16^2 + 13^2$$

$$BE^2 = 16^2 + 13^2 - 20^2$$

$$BE^2 = 256 + 169 - 400$$

$$BE^2 = 25$$

$$BE = 5$$

18. กรวยกลมตันใบหนึ่งมีความสูงเป็น 4 เท่าของรัศมีและกรวยมีปริมาตรเท่ากับทรงกลมตันลูกหนึ่ง ถ้าพื้นที่ผิวทรงกลมตันมากกว่าพื้นที่ปากกรวย 12 ตารางหน่วย พื้นที่ผิวข้างกรวยมีค่ากี่ตารางหน่วย

A solid right circular cone has a height four times its radius and the same volume as a solid sphere. If the surface area of the sphere is 12 square units greater than the area of the cone's base, find the lateral surface area of the cone.

1. $\sqrt{17}$

2. $2\sqrt{17}$

3. $3\sqrt{17}$

4. $4\sqrt{17}$

5. $5\sqrt{17}$

ตอบข้อ 4

ให้ กรวยกลมตันมีรัศมีเป็น r และมีความสูงเป็น $4r$

และให้ ทรงกลมตันมีรัศมีเป็น R

จากโจทย์ ปริมาตรกรวยเท่ากับปริมาตรทรงกลมตัน

$$V_{\text{กรวย}} = V_{\text{ทรงกลม}}$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 (4r) = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$r^3 = R^3$$

$$r = R$$

จากโจทย์ พื้นที่ผิวทรงกลมตันมากกว่าพื้นที่ปากกรวย 12 ตารางหน่วย

$$\text{พื้นที่ผิวทรงกลม} - \text{พื้นที่ปากกรวย} = 12$$

$$4\pi^2 - \pi^2 = 12$$

$$3\pi r^2 = 12$$

$$r^2 = \frac{4}{\pi} \rightarrow r = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$$

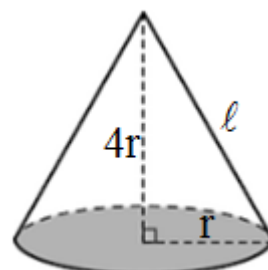
$$\text{พิจารณากรวย} \quad \ell = \sqrt{r^2 + (4r)^2} = \sqrt{17} r$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้างกรวย} = \pi r \ell$$

$$= \pi r (\sqrt{17} r)$$

$$= \pi \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) \left(\sqrt{17} \times \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)$$

$$= 4\sqrt{17} \text{ ตารางหน่วย}$$



19. พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 12 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร และสูง 8 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวเท่าใด

A right rectangular pyramid has a base measuring 12 cm by 30 cm and a height of 8 cm. Find its total surface area.

1. 504 cm^2

2. 768 cm^2

3. 864 cm^2

4. 960 cm^2

ตอบข้อ 3

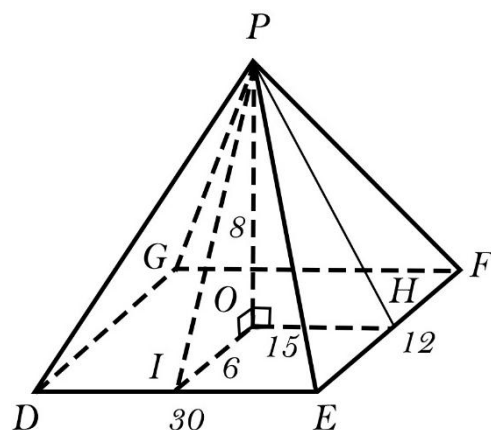
จากรูป $\overline{OH} = 15 \text{ cm}$

$$\overline{OI} = 6 \text{ cm}$$

พิจารณา สามเหลี่ยมมุมฉาก POH;

$$\begin{aligned} PH^2 &= PO^2 + OH^2 \\ &= 8^2 + 15^2 = 289 = 17^2 \end{aligned}$$

$$PH = 17 \text{ เซนติเมตร}$$



พิจารณา สามเหลี่ยมมุมฉาก POI;

$$\begin{aligned} PI^2 &= PO^2 + IO^2 \\ &= 8^2 + 6^2 = 100 = 10^2 \end{aligned}$$

$$PI = 10 \text{ เซนติเมตร}$$

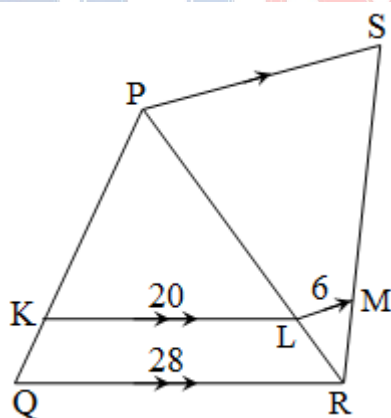
$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times EF \times PH\right) + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times DE \times PI\right) \\ &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 17\right) + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 10\right) \\ &= 204 + 300 = 504 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ฐาน} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \\ &= 12 \times 30 = 360 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิวข้าง} \\ &= 360 + 504 = 864 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

20. จากรูป จงหาความยาวของ PS

From the figure, find the length of PS.



1. 21

2. 22

3. 23

4. 24

ตอบข้อ 1

$$\triangle PKL \sim \triangle PQR \text{ เพราะ } \hat{P} = \hat{P}, \hat{K} = \hat{Q}, \hat{L} = \hat{R}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{PL}{PR} = \frac{KL}{QR}$$

$$\frac{PL}{PR} = \frac{20}{28}$$

$$\frac{PL}{PR} = \frac{5}{7} = \frac{5k}{7k}$$

$$\text{ดังนั้น } PL = 5k, \quad PR = 7k$$

$$\therefore RL = PR - PL$$

$$= 7k - 5k = 2k$$

$$\therefore \frac{RL}{RP} = \frac{2k}{7k} = \frac{2}{7} \quad \dots (1)$$

$$\triangle RLM \sim \triangle RPS \text{ เพราะ } \hat{R} = \hat{R}, \hat{L} = \hat{P}, \hat{M} = \hat{S}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{RL}{RP} = \frac{LM}{PS}$$

$$\frac{RL}{RP} = \frac{6}{PS} \quad \dots (2)$$

$$(1) = (2); \quad \frac{2}{7} = \frac{6}{PS}$$

$$2PS = 42$$

$$\text{ดังนั้น } PS = 21 \text{ หน่วย}$$

21. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\hat{C} = 90^\circ$ สมมติ $AC = 156$ cm, $AB = 169$ cm และระยะตั้งฉากจากจุด C ถึง AB เท่ากับ x จงหาค่าของ x

is a right triangle with $\angle C = 90^\circ$. Given that $AC = 156$ cm, $AB = 169$ cm, and the perpendicular distance from C to AB is x, find the value of x.

1. 65

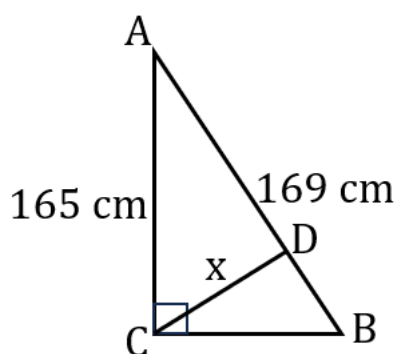
2. 48

3. 56

4. 60

ตอบข้อ 4

จากโจทย์ เขียนรูปได้ดังนี้



ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$BC = \sqrt{169^2 - 156^2} = 65$$

และลากเส้นจากจุด C ไปตั้งฉากกับด้าน AB ทำให้ $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

ดังนั้น

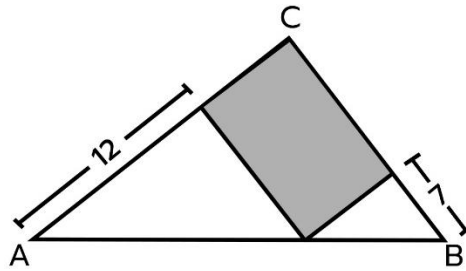
$$\frac{CD}{AC} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{x}{156} = \frac{65}{169}$$

$$\Rightarrow x = 60$$

22. จากรูป จงหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าส่วนที่แรเงา

From the figure, find the area of the shaded rectangle.



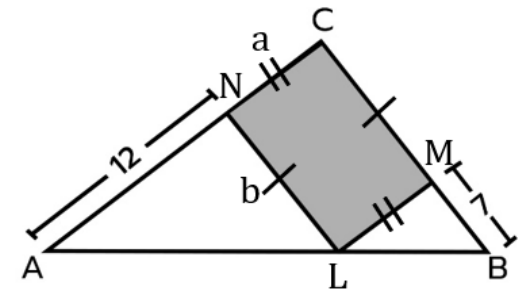
1. 56

2. 68

3. 72

4. 84

ตอบข้อ 4



จากรูป

จะได้

$\triangle ABC \sim \triangle LBM$ และ $\triangle ALN \sim \triangle LBM$

$$\frac{a}{7} = \frac{12}{b}$$

$$ab = 84$$

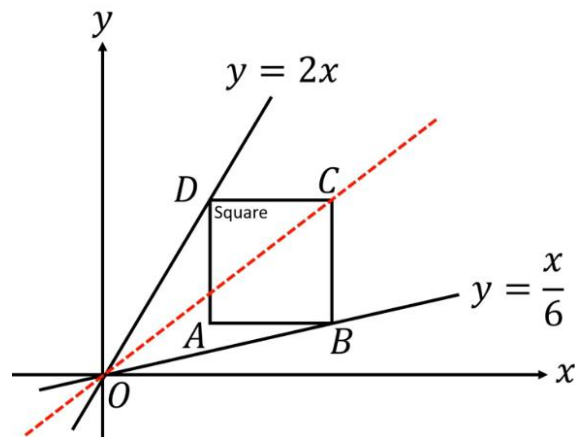
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าส่วนที่แรเงา

$$= ab$$

$$= 84 \text{ ตารางหน่วย}$$

23. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จงหาสมการเส้นตรงที่ลากผ่านจุดกำเนิดและจุด C

In the figure, ABCD is a square. Find the equation of the line passing through the origin and point C.



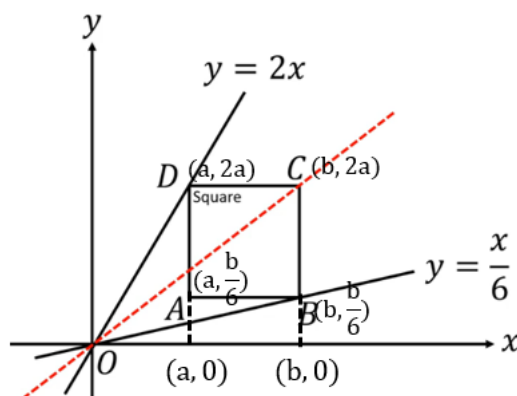
1. $y = \frac{7}{9}x$

2. $y = \frac{7}{6}x$

3. $y = \frac{14}{9}x$

4. $y = \frac{7}{18}x$

ตอบข้อ 1



ให้สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีพิกัดจุด A, B, C และ D ดังรูป

รูปทั่วไปสมการเส้นตรง slope – intercept form $y = mx + b$

เนื่องจาก เส้นตรงที่ลากผ่านจุดกำเนิด จะได้ $y = mx$

$$\text{ความชันของเส้นตรง OC, } m = \frac{2a-0}{b-0} = \frac{2a}{b} \quad \dots(1)$$

$$AB = BC$$

$$b - a = 2a - \frac{b}{6}$$

$$3a = \frac{7b}{6}$$

$$a = \frac{7b}{18}$$

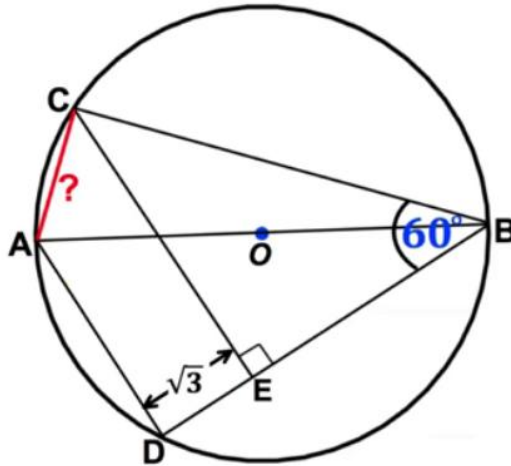
แทนค่า $a = \frac{7b}{18}$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$m = \frac{2}{b} \left(\frac{7b}{18} \right) = \frac{7}{9}$$

ดังนั้น สมการเส้นตรง $y = \frac{7}{9}x$

24. จากรูป AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ถ้า $DE = \sqrt{3}$, $\hat{E} = 90^\circ$ และ $\hat{B} = 60^\circ$ จงหาความยาวของคอร์ด AC

In the figure, AB is a diameter of circle O. Given that $DE = \sqrt{3}$, $\angle E = 90^\circ$, and $\angle B = 60^\circ$, find the length of chord AC.

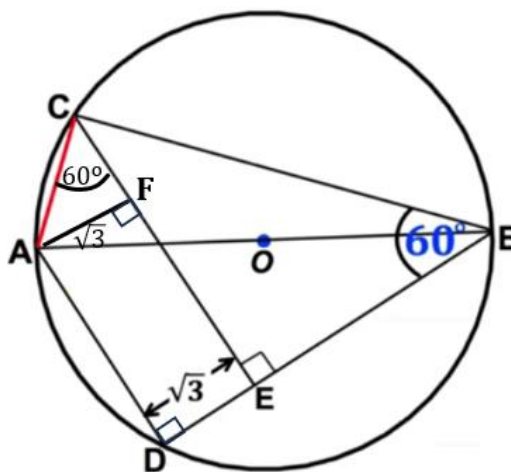
1. $\sqrt{2}$

2. 2

3. $\sqrt{3}$

4. 1

ตอบข้อ 2



จากรูป $\angle BCE = 30^\circ$ (มุมภายในรูปสามเหลี่ยม BEC รวมได้ 180°)

และ $\angle ACE = 60^\circ$ (สามเหลี่ยม ABC แนบในครึ่งวงกลม มุมบนเส้นรอบวงเท่ากับ 90°)

เนื่องจาก $\hat{D} = \hat{E} = 90^\circ$ ทำให้ $AD \parallel CE$

ลากเส้น AF ไปตั้งฉาก กับ CE ทำให้ $AF = DE = \sqrt{3}$

พิจารณาสามเหลี่ยมมุมฉาก ACF จะได้ว่า

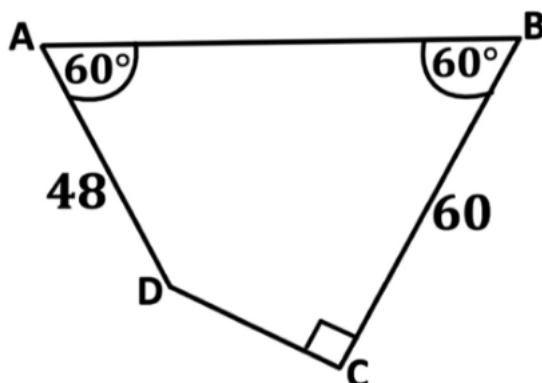
$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AC}$$

ดังนั้น ความยาวของคอร์ด AC = 2

25. จากรูป จงหาค่าของความยาวด้าน AB

From the figure, find the length of AB.



1. 65

2. 68

3. 72

4. 75

ตอบข้อ 3

จากรูป ต่อรูปให้เกิดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABP ทำให้ได้ $\hat{P} = 60^\circ$

พิจารณา $\triangle PCD$

เนื่องจาก $\triangle ABP$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

จะได้

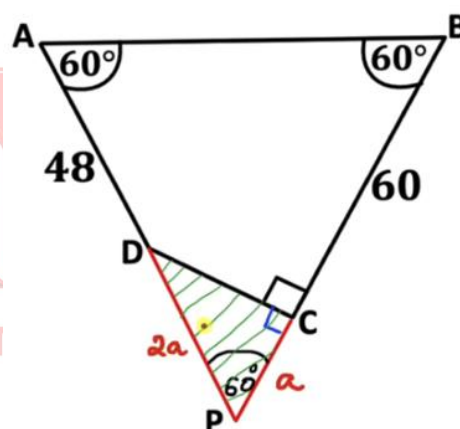
$$AP = BP$$

$$48 + 2a = 60 + a$$

$$a = 12$$

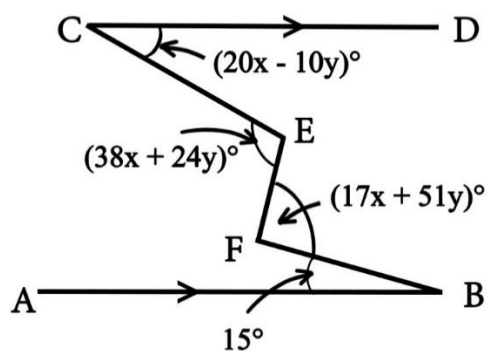
และ $AP = BP = AB = 60 + 12 = 72$

ดังนั้น ค่าของความยาวด้าน AB = 72



26. จากรูป ถ้า $AB \parallel CD$ และ $20x - 10y = 30^\circ$ จงหา $x - y$

In the figure, $AB \parallel CD$ and $20x - 10y = 30^\circ$. Find $x - y$.



1. 1°

2. 3°

3. 4°

4. 5°

ตอบข้อ 1

ความสัมพันธ์ของเส้นขนานและมุมหักภายในเส้นขนาน จะได้ว่า

ผลบวกของมุมหักด้านซ้าย = ผลบวกของมุมหักด้านขวา

$$(20x - 10y) + (17x + 51y) = (38x + 24y) + 15$$

$$37x + 41y = 38x + 24y + 15$$

$$x - 17y = -15 \quad \dots(1)$$

และ $20x - 10y = 30 \quad \dots(2)$

สมการ (1)×20; $20x - 340y = -300 \quad \dots(3)$

นำสมการ (2) - (3); $330y = 330$

$$y = \frac{330}{330} = 1$$

แทนค่า $y = 1$ ลงในสมการ (1); $x - 17(1) = -15$

$$x = 17 - 15 = 2$$

ดังนั้น $x - y = 2 - 1 = 1^\circ$

27. กำหนดให้ $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$ แล้วค่าของ $(\sin 15^\circ)^4 (\sin 75^\circ)^4$ เท่ากับข้อใด

Given that $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$ which of the following is equal to $(\sin 15^\circ)^4 (\sin 75^\circ)^4$

1. $\frac{1}{256}$

2. $\frac{1}{128}$

3. $\frac{1}{64}$

4. $\frac{1}{32}$

ตอบข้อ 1

จาก $(\sin 15^\circ)^4 (\sin 75^\circ)^4 = (\sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ)^4$

$$= (\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ)^4$$

$$= \left(\frac{2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ}{2} \right)^4 = \left(\frac{\sin 30^\circ}{2} \right)^4$$

$$= \left(\frac{1}{4} \right)^4 = \frac{1}{256}$$

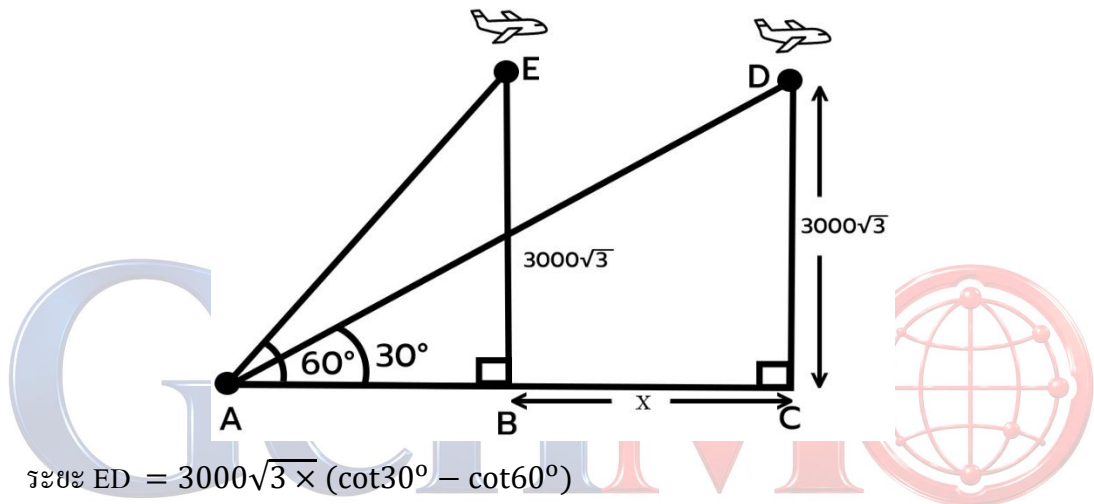
28. เครื่องบินลำหนึ่ง ระดับการบินกับจุดคงที่บนพื้นดินทำมุมกัน 60° หลังจากบินไปได้ 30 วินาที มุมของระดับการบินเปลี่ยนเป็น 30° ถ้าเครื่องบินบินที่ระดับความสูงคงที่ $3000\sqrt{3}$ เมตร จงหาความเร็วของเครื่องบิน

An airplane takes off at an angle of 60° to the horizontal. After 30 seconds, its angle of elevation changes to 30° . If the airplane is flying at an altitude of $3000\sqrt{3}$ metres, find its speed.

1. 200 m/s 2. 250 m/s 3. 280 m/s 4. 300 m/s

ตอบข้อ 1

จากโจทย์ วาดรูปได้ดังนี้



$$\text{ระยะ } ED = 3000\sqrt{3} \times (\cot 30^\circ - \cot 60^\circ)$$

$$= 3000\sqrt{3} \times \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= 3000\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= 6000 \text{ m}$$

$$\text{ความเร็ว} = \frac{s}{t} = \frac{6000}{30} = 200 \text{ m/s}$$

29. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งมี m จำนวน เป็น q และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลอีกชุดหนึ่ง ซึ่งมี n จำนวน เป็น p ถ้านำข้อมูลนี้มารวมเป็นกลุ่มเดียวกัน จะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ k จงหาว่า p มีค่าเท่าใด

The arithmetic mean of a data set containing m numbers is q , and the arithmetic mean of another data set containing n numbers is p . When the two data sets are combined, the arithmetic mean is k . Find the value of p .

1. $\frac{m}{n}(k - q + l)$ 2. $\frac{k(m+n)-q}{n}$ 3. $\frac{m}{n}(k + q - l)$ 4. $\frac{m}{n}(k - q) + k$

ตอบข้อ 4

ข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งมี m จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น q

จะได้ว่า $\sum x_1 = mq$

และข้อมูลอีกชุดสองซึ่งมี n จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น p

จะได้ว่า $\sum x_2 = np$

ถ้านำข้อมูลนี้มารวมเป็นกลุ่มเดียวกัน จะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ k

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } \frac{\sum x_1 + \sum x_2}{m+n} &= k \\ \frac{mq+np}{m+n} &= k \\ mq + np &= km + kn \\ p &= \frac{km+kn-mq}{n} = \frac{m(k-q)+kn}{n} = \frac{m(k-q)}{n} + k\end{aligned}$$

30. นักเรียน ม.ต้น คนหนึ่งเกิดในเดือนกรกฎาคม เขาอยากให้เพื่อนทายวันเกิดของเขา โดยให้ข้อมูลเพื่อนว่าวันเกิดของเขาเป็นจำนวนเฉพาะหรือสอดคล้องกับคำตอบสมการ $x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0$ ความน่าจะเป็นที่เพื่อนจะทายวันเกิดเขาได้ถูกต้องเป็นเท่าใด

A lower secondary student was born in July. He asks his friend to guess his birthday, giving the clue that the date is either a prime number or a solution to the equation $x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0$. What is the probability that his friend guesses the correct date?

1. $\frac{1}{11}$ 2. $\frac{1}{12}$ 3. $\frac{1}{13}$ 4. $\frac{1}{14}$ 5. $\frac{1}{31}$

ตอบข้อ 2

เฉลยวิธีทำ

เดือนกรกฎาคมมี 31 วัน วันที่เป็นจำนวนเฉพาะคือวันที่ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31

$$\text{คำตอบสมการ } x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0$$

$$(x-2)(x-4)(x-5) = 0$$

$$x = 2, 4, 5$$

แซมเปิลสเปซจะเป็นวันที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ คือ $S = \{2, 3, 4, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31\}$

$$n(S) = 12$$

ในจำนวน 12 วันนี้ มีเหตุการณ์ที่สนใจเป็นวันเกิดของนักเรียนเพียงวันเดียว $n(E) = 1$

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เพื่อนจะทายวันเกิดเขาได้ถูกต้อง } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{12}$$

31. คะแนนสอบของนักเรียน 5 คนจากสองห้องเรียนที่ถูกเลือกมาแบบสุ่ม โดยคะแนนสอบของนักเรียน 5 คนในห้อง A คือ 88, 88, 89, 89 และ 90 คะแนน และคะแนนสอบของนักเรียน 5 คนในห้อง B คือ 75, 85, 90, 97 และ 100 ข้อใดกล่าวได้ถูกต้อง

1. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบห้อง A สูงกว่า ห้อง B
2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบห้อง A น้อยกว่า ห้อง B
3. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบทั้งสองห้องมีค่าเท่ากัน
4. ข้อมูลไม่เพียงพอ

The test scores of five students randomly selected from each of two classes are shown below.

Class A: 88, 88, 89, 89, 90

Class B: 75, 85, 90, 97, 100

Which of the following statements is correct?

1. The standard deviation of the scores in Class A is greater than that in Class B.
2. The standard deviation of the scores in Class A is less than that in Class B.
3. The standard deviations of the scores in both classes are equal.
4. There is insufficient information.

ตอบข้อ 2

จัดเรียงข้อมูลใหม่ ดังนี้

Class A	88	89	90	89	88
Class B	78	85	90	97	100

เนื่องจาก ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน $S.D. = \sqrt{\frac{(x_i - \bar{x})^2}{N}}$

จากข้อมูล สรุปได้ว่า ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบห้อง A น้อยกว่า ห้อง B

32. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากเป็น 10, 20, 30, 30, a, b, 60, 60, 90, 120 ถ้าฐานนิยมและมัธยฐานของคะแนนชุดนี้เป็น 30 และ 40 ตามลำดับ แล้วข้อมูลชุดต่อไปนี้เป็น 11, 22, 33, 34, a + 5, b + 6, 67, 68, 99, 130 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

The following data set is arranged in ascending order:

10, 20, 30, 30, a, b, 60, 60, 90, 120.

Its mode and median are 30 and 40, respectively.

The following data set is 11, 22, 33, 34, a + 5, b + 6, 67, 68, 99, 130.

Which of the following is its arithmetic mean?

1. 50

2. 55.5

3. 56

4. 60

5. 60.5

ตอบข้อ 2

ข้อมูลเรียงจากน้อยไปมาก 10, 20, 30, 30, a, b, 60, 60, 90, 120

ข้อมูลมีฐานนิยม = 30 แสดงว่า $a = 30$

และมัธยฐาน = 40 แสดงว่า $\frac{a+b}{2} = 40$
 $\frac{30+b}{2} = 40 \Rightarrow b = 50$

ข้อมูลอีกชุดคือ 11, 22, 33, 34, a + 5, b + 6, 67, 68, 99, 130

(แทนค่า $a = 30$ ดังนั้น $a + 5 = 35$ และแทน $b = 50$ ดังนั้น $b + 6 = 50 + 6 = 56$)

จะได้ $\bar{X} = \frac{11 + 22 + 33 + 34 + 35 + 56 + 67 + 68 + 99 + 130}{10}$

= 55.5