การทดสอบออนไลน์สุดยอดนักคณิตศาสตร์ระดับประเทศ

ประจำปีการศึกษา 2565

วิชาคณิตศาสตร์ (ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น, ม.1–ม.3)

สอบวันอาทิตย์ที่ 9 ตุลาคม พ.ศ. 2565 **เวลา 13.00 น. – 15.00 น.**

ชื่อ – นามสกุล _____ โรงเรียน _____ ชั้น _____

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์	40 ข้อ (ข้อ 1 – 40)	(100 คะแนน)	**เวลา 120 นาที**

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

สาระที่ 1: จำนวน พีชคณิตและเลขคณิต ข้อ 1 – 18 (45%)

➢ **สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม (4 ข้อ)**

1. กำหนดให้ตัวเลขทุกตัวที่อยู่ทางด้านขวาของแนวนอนและด้านล่างของแนวตั้งเป็นผลลัพธ์ของการบวก ลบ และคูณของตัวเลขที่อยู่ในช่องสี่เหลี่ยมตามแนวนั้นๆ

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{a} & \times & \boxed{b} & = & 12 \\ + & & \times & & \\ \boxed{c} & - & \boxed{d} & = & 20 \\ \| & & \| & & \\ 15 & & 8 & & \end{array}$$

จงหาค่า $(a \times c) \div (b + d)$

1. 9 2. 8 3. 6 4. 5 5. 4

ตอบข้อ 1

Step1: $a \times b = 12 \Rightarrow b = \frac{12}{a}$

และ $b \times d = 8 \Rightarrow b = \frac{8}{d}$

จะได้ว่า $\frac{12}{a} = \frac{8}{d} \Rightarrow d = \frac{2a}{3}$

Step2: $a + c = 15$

และ $c - d = 20$

จะได้ว่า $a + d = -5$

$$a + \frac{2a}{3} = -5$$

$$\frac{5a}{3} = -5 \Rightarrow a = -3$$

จะได้ $a = -3, b = -4, c = 18, d = -2$

ดังนั้น ค่า $(a \times c) \div (b + d) = [(-3) \times 18] \div (-4 - 2)$

$$= -54 \div (-6) = 9$$

2. ถ้า N คือจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่หาร 638 และ 1,146 แล้วเหลือเศษ 3 เท่ากัน แล้ว N หารจำนวนในข้อใดต่อไปนี้เหลือเศษเป็นจำนวนเฉพาะ

1. 136 2. 144 3. 153 4. 161 5. 172

ตอบข้อ 2

หลักการ ตัวตั้ง – เศษ แล้วนำผลลัพธ์มาหา ห.ร.ม.

638 – 3 = 635

1,146 – 3 = 1,143

จะได้ ห.ร.ม. ของ 635, 1,143 = 127

จากตัวเลือก พบว่าเมื่อนำ 127 ไปหาร 144 จะได้เศษ 17 ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะ

3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) ถ้า a และ b เป็นจำนวนตรรกยะแล้ว $\frac{a}{b}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

ข) ผลบวกของจำนวนอตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้จำนวนอตรรกยะ

ค) กำหนดให้ $\sqrt{2} = 1.414$ ดังนั้น $\sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{162} = 2.828$

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

1. มีข้อถูก 1 ข้อ 2. มีข้อถูก 2 ข้อ 3. มีข้อถูก 3 ข้อ 4. ผิดทุกข้อ 5. -

ตอบข้อ 1

ก) ผิด ถ้า a และ b เป็นจำนวนตรรกยะแล้ว $\frac{a}{b}$ เป็นจำนวนตรรกยะ โดย $b \neq 0$

ข) ผิด ผลบวกของจำนวนอตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้ทั้งจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

เช่น $\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ เป็นจำนวนตรรกยะ

ค) ถูกต้อง $\sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{162} = 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2} = 2 \times 1.414 = 2.828$

4. ถ้า $3002_x = 1234_5$ แล้ว $x^2 - 3x + 1$ มีค่าเท่าใด

1. 3 2. 5 3. 6 4. 8 5. 10

ตอบข้อ 2

โจทย์กำหนด $3002_x = 1234_5$

$3x^3 + 2 = 1(5)^3 + 2(5)^2 + 3(5) + 4$

$3x^3 + 2 = 125 + 50 + 15 + 4$

$3x^3 + 2 = 194$

$3x^3 = 192$

$x^3 = 64$

$x = 4$

ดังนั้น $x^2 - 3x + 1 = 4^2 - 3(4) + 1$

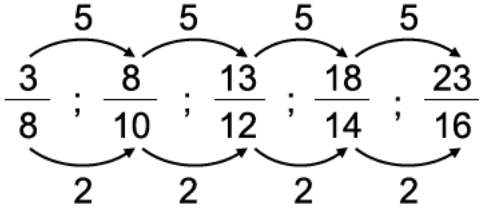
$= 16 - 12 + 1 = 5$

5. จากลำดับที่กำหนด จงหาจำนวนถัดไป

$$\frac{3}{8}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{13}{12}, \quad \frac{9}{7}, \quad \ldots$$

1. $\frac{21}{13}$ 2. $\frac{19}{12}$ 3. $\frac{20}{17}$
4. $\frac{23}{16}$ 5. $\frac{24}{16}$

ตอบข้อ 4



6. ภูมิพัฒน์ นักเรียนชั้น ม.3 โรงเรียนก้าวหน้าศึกษา หากเขาเดินทางจากบ้านไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว $2\frac{1}{2}$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงช้าไป 4 นาที แต่ถ้าเดินด้วยอัตราเร็ว 3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงเร็วไป 10 นาที จงหาว่าบ้านภูมิพัฒน์อยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

1. 4.5 2. 4.0 3. 2.5 4. 3.0 5. 3.5

ตอบข้อ 5

ให้ บ้านอยู่ห่างจากโรงเรียน x กิโลเมตร

เดินทางจากบ้านไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ระยะทาง x กิโลเมตร ใช้เวลาเดินทาง $\frac{2}{5}$x ชั่วโมง

ถึงช้าไป 4 นาที หรือ $\frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ ชั่วโมง

ดังนั้นปกติจะใช้เวลา $\frac{2}{5}x - \frac{1}{15}$ ชั่วโมง …(1)

แต่ถ้าเดินทางด้วยอัตราเร็ว 3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ระยะทาง x กิโลเมตร ใช้เวลาเดินทาง $\frac{1}{3}$x ชั่วโมง

ถึงเร็วไป 10 นาที หรือ $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ ชั่วโมง

ดังนั้นปกติจะใช้เวลา $\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$ ชั่วโมง …(2)

นำ (1) = (2) จะได้

$$\frac{2}{5}x - \frac{1}{15} = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$$

นำ ค.ร.น. =30 คูณตลอด

$$12x - 2 = 10x + 5$$
$$x = \frac{7}{2} = 3.5$$

ดังนั้น บ้านภูมิพัฒน์อยู่ห่างจากโรงเรียน 3.5 กิโลเมตร

7. ในการเช่าซื้ออาคารพาณิชย์แห่งหนึ่ง ในปีแรกเสียค่าเช่าซื้อเดือนละ 1,000 บาท ปีที่ 2 เสียค่าเช่าซื้อลดลง 10% ของที่เสียในปีแรก และในปีที่ 3 เสียค่าเช่าซื้อลดลง 10% ของที่เสียในปีที่ 2 เป็นดังนี้เรื่อยๆ เป็นระยะเวลา 5 ปี อยากทราบว่าผู้เช่าซื้อได้ชำระเงินไปแล้วเท่าใด

1. 46,581 บาท 2. 47,642 บาท 3. 48,142 บาท

4. 49,141 บาท 5. 50,720 บาท

ตอบข้อ 4

เช่าซื้ออาคารพาณิชย์ เสียค่าเช่าเดือนละ 1,000 บาท

ในปีที่ 1	เสียค่าเช่าทั้งหมด	$1{,}000 \times 12 = 12{,}000$ บาท
ในปีที่ 2	เสียค่าเช่าลดลง 10%	คิดเป็น $\frac{90}{100} \times 12{,}000 = 10{,}800$ บาท
ในปีที่ 3	เสียค่าเช่าลดลง 10% ของปีที่ 2	คิดเป็น $\frac{90}{100} \times 10{,}800 = 9{,}720$ บาท
ในปีที่ 4	เสียค่าเช่าลดลง 10% ของปีที่ 3	คิดเป็น $\frac{90}{100} \times 9{,}720 = 8{,}748$ บาท
ในปีที่ 5	เสียค่าเช่าลดลง 10% ของปีที่ 4	คิดเป็น $\frac{90}{100} \times 8{,}748 = 7{,}873$ บาท

ดังนั้น ผู้เช่าซื้อได้ชำระเงินไปแล้ว

$$12{,}000 + 10{,}800 + 9{,}720 + 8{,}748 + 7{,}873 = 49{,}141 \text{ บาท}$$

8. จากสมการ $4^{x} - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

ค่าของ $2x - 3$ เป็นเท่าใด

1. 2 2. 1 3. 0 4. 3 5. 4

ตอบข้อ 3

จาก $4^{x} - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

จะได้

$$2^{2x} - \frac{3^{x}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot 3^{x} - \frac{2^{2x}}{2}$$

$$2^{2x} + \frac{2^{2x}}{2} = \sqrt{3} \cdot 3^{x} + \frac{3^{x}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{2} \cdot 2^{2x} = \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) 3^{x}$$

$$\frac{3}{2} \cdot 2^{2x} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot 3^{x}$$

$$\frac{1}{8} \cdot 2^{2x} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \cdot 3^{x}$$

$$2^{2x-3} = 3^{x-\frac{3}{2}}$$

$$4^{x-\frac{3}{2}} = 3^{x-\frac{3}{2}}$$

จะได้ว่า $x - \frac{3}{2} = 0 \quad \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

ดังนั้น ค่าของ $2x - 3 = 2 \times \frac{3}{2} - 3 = 3 - 3 = 0$

9. ให้ a, b เป็นรากของสมการ $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{4}\right)^{2x-4} = (3+\sqrt{5})^{x^2-2x}$

ค่าของ $b^a + a^b$ มีค่าเป็นเท่าใด

1. 4 2. $\frac{15}{4}$ 3. 5 4. $\frac{13}{4}$ 5. $\frac{17}{4}$

ตอบข้อ 5

พิจารณา $3+\sqrt{5} = (3+\sqrt{5})\left(\frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}\right) = \frac{9-5}{3-\sqrt{5}} = \frac{4}{3-\sqrt{5}} = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{4}\right)^{-1}$

จากโจทย์จะได้ว่า $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{4}\right)^{2x-4} = (\frac{3-\sqrt{5}}{4})^{-x^2+2x}$

นั่นคือ $2x-4 = -x^2+2x$

$x^2-4=0 \quad \Rightarrow x=-2,2$

จะได้ว่า $a=-2,\ b=2$

ดังนั้น ค่าของ $b^a + a^b = 2^{-2} + (-2)^2 = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$

10 ถ้า $25^x = 80^y = 2000$

จงหา $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

1. $\frac{4}{5}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. 1 4. $\frac{5}{16}$ 5. $\frac{2}{5}$

ตอบข้อ 3

$25^x = 2000$ $\qquad$ $80^y = 2000$

$(25^x)^y = (2000)^y$ $\qquad$ $(80^y)^x = (2000)^x$

$25^{xy} = 2000^y$ $\qquad$ $80^{xy} = 2000^x$

จะได้ว่า $25^{xy} \times 80^{xy} = 2000^y \times 2000^x$

$2000^{xy} = 2000^{x+y}$

$xy = x+y$

ดังนั้น $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = 1$

11. จงหาผลบวกคำตอบทั้งหมดของสมการ $\frac{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = 1$

1. -2 2. -1 3. 0 4. 2 5. 3

ตอบข้อ 3

พิจารณา $$\frac{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = 1$$

$$\frac{(x+2)(x+5)(x+3)(x+4)}{(x-2)(x-5)(x-3)(x-4)} = 1$$

$$\frac{(x^2+7x+10)(x^2+7x+12)}{(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)} = 1$$

กำหนดให้ $a = x^2 + 7x + 10$ และ $b = x^2 - 7x + 10$

นั่นคือ $$\frac{a(a+2)}{b(b+2)} = 1$$

$$a^2 + 2a = b^2 + 2b$$

$$a^2 - b^2 + 2a - 2b = 0$$

$$(a - b)(a + b) + 2(a - b) = 0$$

$$(a - b)(a + b + 2) = 0$$

จะได้ $a - b = 0 \Rightarrow a = b$

$$x^2 + 7x + 10 = x^2 - 7x + 10$$

$$14x = 0 \Rightarrow x = 0$$

และ $a + b + 2 = 0$

$$x^2 + 7x + 10 + x^2 - 7x + 10 + 2 = 0$$

$2x^2 + 22x = 0 \Rightarrow$ ไม่มีค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้น ผลบวกคำตอบ = 0

12. เสื้อกับกางเกงรวมกันแล้วมีมากกว่า 12 ตัว แต่ไม่ถึง 20 ตัว ราคาเสื้อและกางเกงรวมกันทั้งหมด 2,400 บาท ถ้าเสื้อราคาตัวละ 240 บาท ส่วนกางเกงราคาตัวละ 480 บาท จะซื้อเสื้อน้อยที่สุดได้กี่ตัว

1. 13 2. 14 3. 15

4. 16 5. ไม่มีข้อใดถูก

ตอบข้อ 3

ให้ ซื้อเสื้อทั้งหมด x ตัว ราคาเสื้อตัวละ 240 บาท

แสดงว่าเสื้อทั้งหมดราคา	240x	บาท
ราคาเสื้อและกางเกงทั้งหมด	2,400	บาท
แสดงว่าราคากางเกงทั้งหมดเป็น	2,400 – 240x	บาท
แต่กางเกงราคาตัวละ	480	บาท
จำนวนกางเกงทั้งหมด	$\frac{2,400-240x}{480}$	ตัว

เสื้อกับกางเกงรวมกันมากกว่า *12* ตัว แต่ไม่ถึง *20* ตัว

อสมการคือ $$12 < x + \frac{2{,}400-240x}{480} < 20$$

$$12 < x + 5 - \frac{x}{2} < 20$$

$$12 - 5 < x - \frac{x}{2} < 20 - 5$$

$$7 < \frac{x}{2} < 15$$

$$7 < x < 15$$

ดังนั้น มีเสื้ออย่างน้อย 15 ตัว

13. ถ้า $A^2 = 4x^2 - 20x + 25$ เมื่อ $x < 2.5$

$B = (3x + 4)(2x^2 - x - 3)$

$C = x - 1$

แล้ว $(A + B) \div C$ มีผลลัพธ์ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $11x^2 - 11x + 2$ เศษ -11
2. $11x^2 - 11x + 2$ เศษ -17
3. $6x^2 + 11x - 4$ เศษ -3
4. $6x^2 + 11x - 4$ เศษ -11
5. $11x^2 + 11x$ เศษ -3

ตอบข้อ 4

จาก $A^2 = 4x^2 - 20x + 25$

$A^2 = (2x - 5)^2$

จะได้ $A = |2x - 5|$ แต่เนื่องจาก $x < 2.5$ จะทำให้ $A = -(2x - 5)$

และจาก $B = (3x + 4)(2x^2 - x - 3)$

$B = 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 - 4x - 12$

$B = 6x^3 + 5x^2 - 13x - 12$

$A + B = (6x^3 + 5x^2 - 13x - 12) + (5 - 2x)$

$A + B = 6x^3 + 5x^2 - 15x - 7$

จงหา $(A + B) \div C$ ได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} 6x^2 + 11x - 4 \\ x - 1 \;\overline{)\; 6x^3 + 5x^2 - 15x - 7} \\ \underline{\;6x^3 - 6x^2\;} \\ 11x^2 - 15x \\ \underline{11x^2 - 11x} \\ -4x - 7 \\ \underline{-4x + 4} \\ \underline{\underline{-11}} \end{array}$$

ดังนั้น $(A + B) \div C$ คือ $6x^2 + 11x - 4$ เศษ -11

14. พาราโบลาที่มีสมการ $y = 35 - 2x - x^2$ มี A เป็นจุดวกกลับ ถ้าพาราโบลาตัดแกน x ที่จุด B และ C แล้ว สามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่เท่าใด

1. 280 ตารางหน่วย 2. 245 ตารางหน่วย 3. 228 ตารางหน่วย

4. 216 ตารางหน่วย 5. 210 ตารางหน่วย

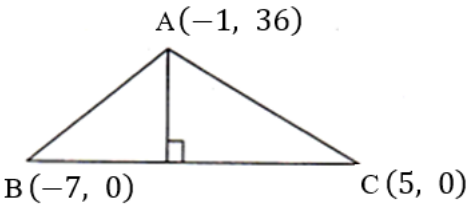
ตอบข้อ 4

หาจุด A	หาจุด B, C เป็นจุดตัดแกนx (y = 0)
$y = 35 - 2x - x^2$ $= -(x^2 + 2x + 1) + 36$ $= -(x + 1)^2 + 36$ จุด A คือ $(-1,\ 36)$	$y = 35 - 2x - x^2$ $x^2 + 2x - 35 = 0$ $(x + 7)(x - 5) = 0$ จุด B, C คือ $(-7,\ 0),\ (5,\ 0)$

หาพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC

จากรูป ฐาน = BC = 12 หน่วย

สูง = 36 หน่วย



ดังนั้น พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC $= \frac{1}{2} \times 12 \times 36$

$= 216$ ตารางหน่วย

15. If the equation $x^2 + 2(k + 2)x + 9k = 0$ has equal roots, the value of k are

1. 1, 4 2. $-1,\ -4$ 3. $1,\ -4$ 4. $-1,\ 4$ 5. 2, 4

ตอบข้อ 1

จากสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบเดียว เมื่อ $b^2 - 4ac = 0$

ดังนั้น $4(k + 2)^2 - 4(1)(9k) = 0$

$$4k^2 + 16k + 16 - 36k = 0$$
$$4k^2 - 20k + 16 = 0$$
$$k^2 - 5k + 4 = 0$$
$$(k - 4)(k - 1) = 0$$
$$k = 4 \quad \text{และ} \quad k = 1$$

16. จงหาผลลัพธ์ของ $\dfrac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{9-3\sqrt{5}+2\sqrt{14-6\sqrt{5}}}}$

1. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 2. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ 3. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 4. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 5. 1

ตอบข้อ 1

พิจารณา $\sqrt{14-6\sqrt{5}} = \sqrt{3^2-2(3)\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2}$

$= \sqrt{3-\left(\sqrt{5}\right)^2} = |3-\sqrt{5}|$

$$\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{9-3\sqrt{5}+2\sqrt{14-6\sqrt{5}}}} = \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{9-3\sqrt{5}+2\left(3-\sqrt{5}\right)}}$$

$= \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{15-5\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{5(3-\sqrt{5})}}$

$= \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

17. ถ้า $a+b = \sqrt{\sqrt{2022}+\sqrt{2021}}$

และ $a-b = \sqrt{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}}$

จงหาค่าของ a^4-b^4

1. $\sqrt{2021}$ 2. $\sqrt{2022}$ 3. $\frac{\sqrt{2021}}{2}$

4. $2\sqrt{2021}$ 5. $2\sqrt{2022}$

ตอบข้อ 2

Solution: $a^4-b^4 = (a^2)^2-(b^2)^2 = (a^2+b^2)(a^2-a^2)$

$= (a^2+b^2)[(a+b)(a-b)]$

$(a+b)^2 = \sqrt{2022}+\sqrt{2021}$

$a^2+2ab+b^2 = \sqrt{2022}+\sqrt{2021}$ ...(1)

ทำนองเดียวกัน $(a-b)^2 = \sqrt{2022}+\sqrt{2021}$

$a^2-2ab+b^2 = \sqrt{2022}+\sqrt{2021}$ ... (2)

(1) + (2), $2(a^2+b^2) = 2\sqrt{2022}$

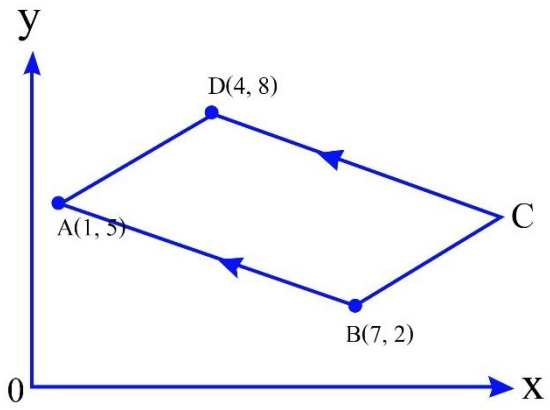
$a^2+b^2 = \sqrt{2022}$

และ $(a+b)(a-b) = \sqrt{\left(\sqrt{2022}+\sqrt{2021}\right)\left(\sqrt{2022}-\sqrt{2021}\right)}$

$$= \sqrt{\sqrt{2022}^2 - \sqrt{2021}^2} = \sqrt{2022 - 2021} = 1$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)[(a + b)(a - b)]$$
$$= \sqrt{2022} \times (1) = \sqrt{2022}$$

18. The below diagram shows a parallelogram ABCD drawn on a Cartesian plane. AB is parallel to DC. Find the y – intercept of the straight line DC.



1. 6 2. 7 3. 8 4. 9 5. 10

ตอบข้อ 5

ให้ สมการเส้นตรงคือ $y = mx + c$

จากรูป ความชันของเส้นตรง CD = ความชันของเส้นตรง AB

$$= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-2}{1-7}$$
$$= -\frac{1}{2}$$

เมื่อเส้นตรง CD มี $m = -\frac{1}{2}$ และ ผ่านจุด (4, 8)

จะได้ $8 = -\frac{1}{2}(4) + c$

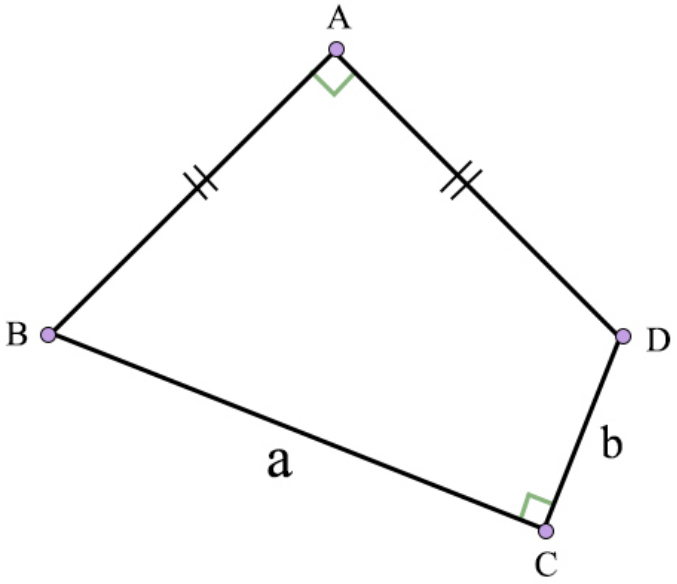
$c = 10$

ดังนั้น ระยะตัดแกน y ของเส้นตรง CD คือ 10

สาระที่ 2: การวัดและเรขาคณิต ข้อ 19 – 34 (จำนวน 16 ข้อ = 40%)

19. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่ 16 ตารางหน่วย ถ้า $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CD} = b$ และ $B\hat{A}D = B\hat{C}D = 90^\circ$

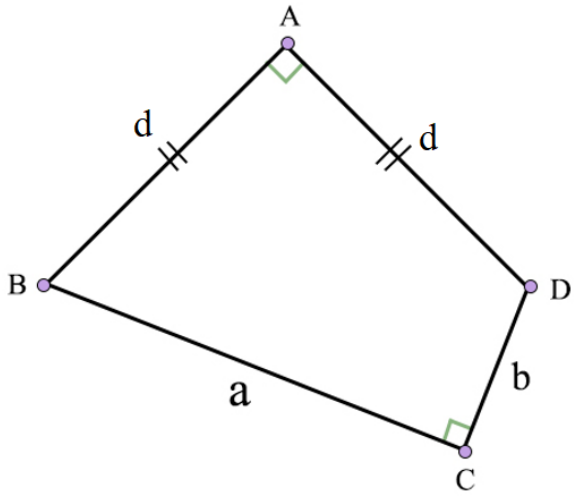
จงหาค่าของ $a + b$



1. 4 2. 5 3. 6 4. 7 5. 8

ตอบข้อ 5

ให้ AB = AD = d



พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ABCD = 16 ตารางหน่วย

$$\frac{1}{2}d \times d + \frac{1}{2}a \times b = 16$$

$$d^2 + a \times b = 32$$

พิจารณา $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$= c^2 + 2ab$

$= d^2 + d^2 + 2ab$

$= 2d^2 + 2ab$

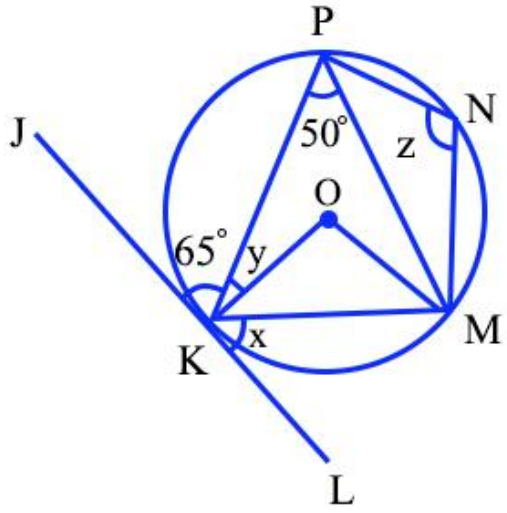
$= 2(d^2 + ab)$

$= 2 \times 32 = 64$

ดังนั้น $a + b = \sqrt{64} = 8$

20. The diagram shows a circle with center O. JKL is a tangent to the circle at point K.

Find the value of $x + y + z$.



1. 180° 2. 185° 3. 190° 4. 195° 5. 200°

ตอบข้อ 3

(a) $x = 50°$ (มุมที่เกิดจากเส้นสัมผัสทำกับคอร์ดจะเท่ากับมุมบนส่วนโค้งที่อยู่ตรงกันข้าม)

(b) $y = 90° - 65° = 25°$ (เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส)

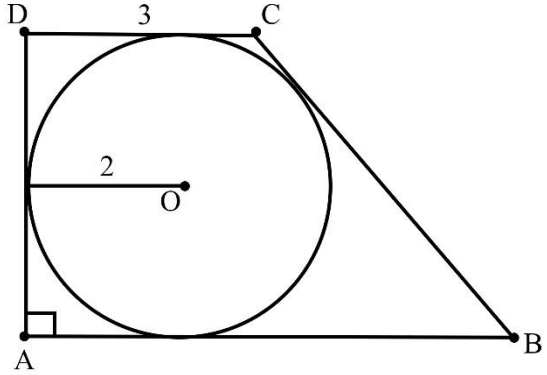
(c) $O\hat{K}M = 90° - 50° = 40°$

$\therefore z = 180° - (25° + 40°)$ (สี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม มุมตรงข้ามรวมกันได้ 180 องศา)

$= 115°$

ดังนั้น ค่าของ $x + y + z = 50^o + 25^o + 115^o = 190^o$

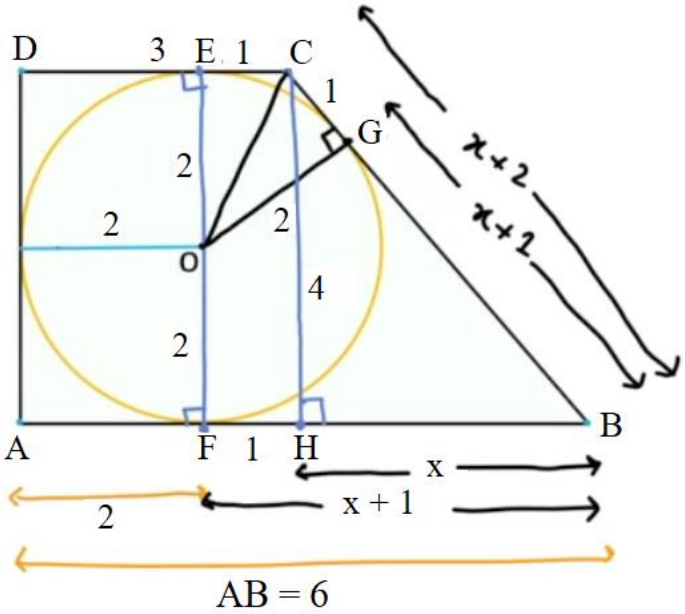
21. จากรูปวงกลม O รัศมี 2 หน่วย แนบอยู่ในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD มี $\overline{CD} = 3$ หน่วย โดยด้านทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมสัมผัสวงกลม จงหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD



1. 18 ตารางหน่วย 2. 16 ตารางหน่วย 3. 14 ตารางหน่วย

4. 20 ตารางหน่วย 5. 22 ตารางหน่วย

ตอบข้อ 1



พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู $= \frac{1}{2} \times (CD + AB) \times EF$

$= \frac{1}{2} \times (3 + AB) \times 4$

$= 2(3 + AB)$

พิจารณาสามเหลี่ยม CHB: $CB^2 = HB^2 + CH^2$

$(x + 2)^2 = x^2 + 4^2$

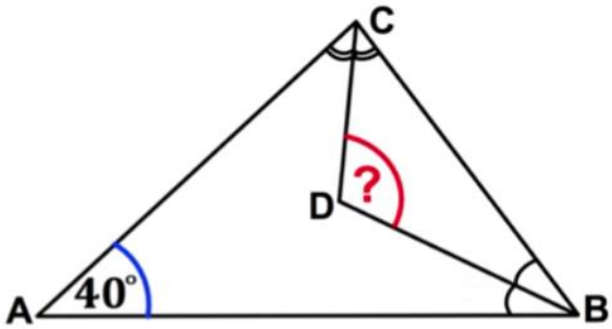
$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16$

$4x = 12$

$x = 3$

พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู $= 2(3 + 6) = 18$ ตารางหน่วย

22. จากรูป D เป็นจุดภายในรูปสามเหลี่ยม ABC เมื่อ $\hat{A} = 40°$, $A\hat{C}D = D\hat{C}B$ และ $A\hat{B}D = D\hat{B}C$ จงหาค่ามุม D



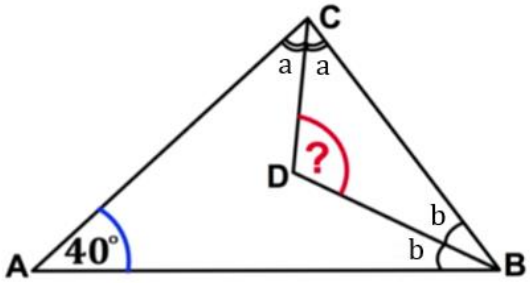
1. 105 องศา 2. 110 องศา 3. 115 องศา

4. 120 องศา 5. 125 องศา

ตอบข้อ 2

กำหนดให้ $A\hat{C}D = D\hat{C}B = a$

และ $A\hat{B}D = D\hat{B}C = b$



พิจารณา ΔABC: $2a + 2b + 40° = 180°$

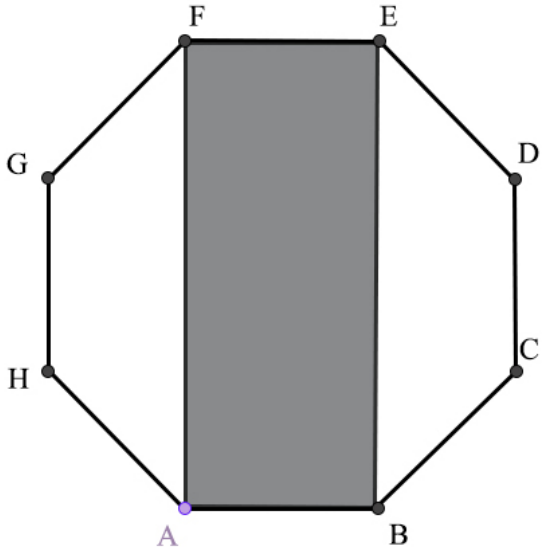
$2(a + b) = 140°$

$a + b = 70°$

พิจารณา ΔBCD: $a + b + B\hat{D}C = 180°$

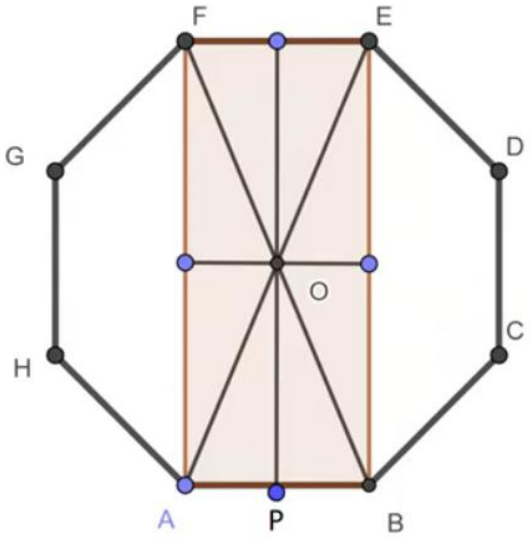
$B\hat{D}C = 180° - 70° = 110°$

23. จากรูป ABCDEFGH เป็นรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และมีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย แล้วพื้นที่ส่วนที่แรเงามีค่าเป็นกี่ตารางหน่วย



1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{3}$ 3. $\frac{3}{4}$ 4. $\frac{1}{2}$ 5. $\frac{2}{3}$

ตอบข้อ 4



พื้นที่ $\Delta AOB = \frac{1}{8}$

พื้นที่ $\Delta POB = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

ดังนั้น พื้นที่แรเงา $= 8 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{2}$

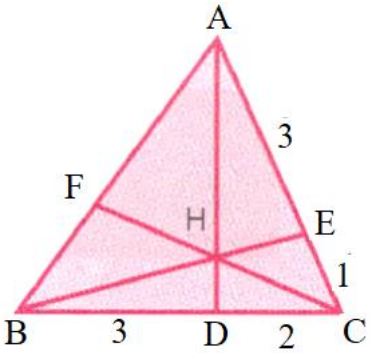
24. กำหนดให้ ΔABC มีจุด D อยู่บนด้าน BC ทำให้ BD : DC = 3 : 2 และจุด E อยู่บนด้าน $\overline{CA}$ ทำให้ CE : EA = 1 : 3 ลาก $\overline{BE}$ ตัด $\overline{AD}$ ที่จุด H แล้วต่อ $\overline{CH}$ ไปพบกับ $\overline{AB}$ ที่จุด F จงหาอัตราส่วนของ AF : FB

1. 2 : 3 2. 3 : 2 3. 3 : 4

4. 1 : 2 5. 2 : 1

ตอบข้อ 5

วาดรูปตามโจทย์



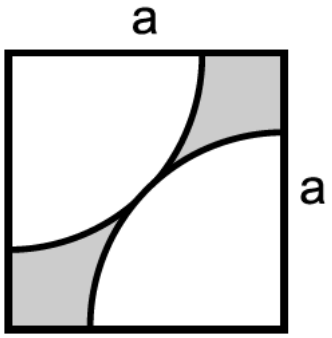
จาก Ceve's Theorem

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} = 1$$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{2}{1}$$

25. จากรูป เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้าน a หน่วย จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



1. $a^2(6-\pi)/3$ 2. $a^2(4-\pi)/2$ 3. $a^2(4-\pi)/4$

4. $a^2(\pi-2)/3$ 5. $a^2(5-\pi)/2$

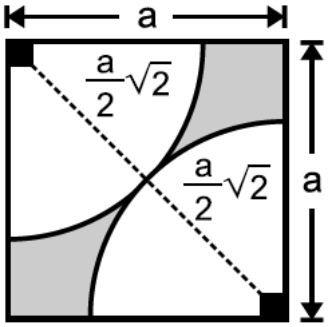
ตอบข้อ 3

$A_S =$ □ - ◿

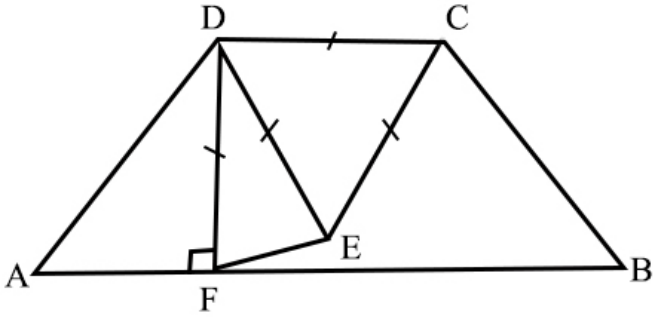
$$As = a^2 - 2\left[\frac{\pi\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2}{4}\right]$$

$$As = a^2 - \frac{\pi a^2}{4}$$

$$As = \frac{a^2}{4}(4-\pi)$$



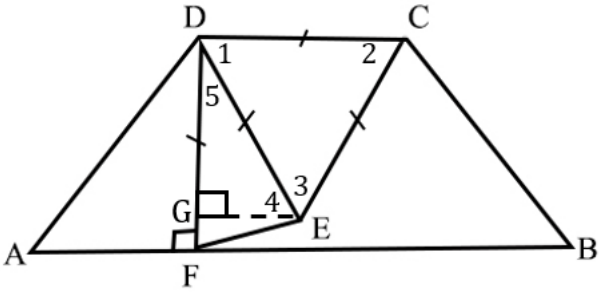
26. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยมี $\overline{DF}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ และ $\overline{DF} = \overline{DC}$ และมี CDE เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ลาก $\overline{EF}$ จงหา อัตราส่วนของ $D\hat{F}E : F\hat{E}D : E\hat{D}F$ เป็นดังข้อใด



1. 4 : 4 : 2 2. 5 : 5 : 3 3. 4 : 4 : 3

4. 3 : 3 : 2 5. 5 : 5 : 2

ตอบข้อ 5



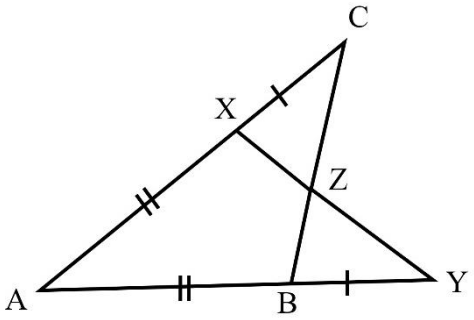
ลาก $\overline{EG}$ ตั้งฉากกับ $\overline{DF}$ ที่จุด G

$$\hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = 60°$$
$$\hat{4} = \hat{1} = 60°$$
$$\hat{5} = 180° - 90° - 60° = 30°$$
$$\overline{DE} = \overline{DF}$$

จะได้ว่า DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$$D\hat{F}E = D\hat{E}F$$
$$\hat{5} + D\hat{F}E + D\hat{E}F = 180°$$
$$30° + 2D\hat{F}E = 180°$$
$$2D\hat{F}E = 180° - 30° = 150°$$
$$\therefore\ D\hat{F}E = \frac{150°}{2} = 75°$$
$$\therefore\ D\hat{E}F = 75°$$
$$\therefore\ D\hat{F}E : F\hat{E}D : E\hat{D}F = 75 : 75 : 30 = 5 : 5 : 2$$

27. จากรูป $\Delta ABC \cong \Delta AXY$ แบบใด



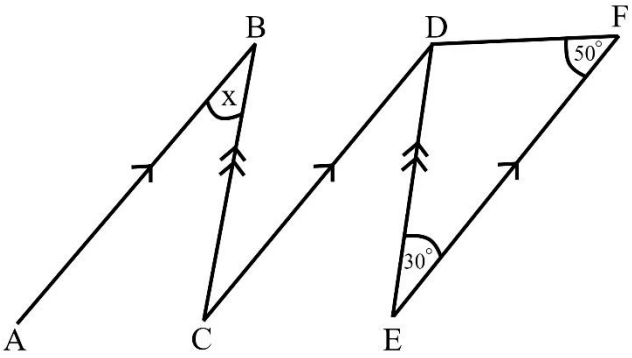
1. AX = AB, $A\hat{C}B = A\hat{Y}X$, AC = AY
2. AX = AB, $C\hat{A}B = X\hat{A}Y$, AC = AY
3. AX = AB, $A\hat{C}B = A\hat{Y}X$, XC = BY
4. AX = AB, $C\hat{A}B = X\hat{A}Y$, XC = BY
5. AX = AB, $A\hat{B}C = A\hat{X}Y$, XC = BY

ตอบข้อ 2

AX = AB, $C\hat{A}B = X\hat{A}Y$, AC = AY

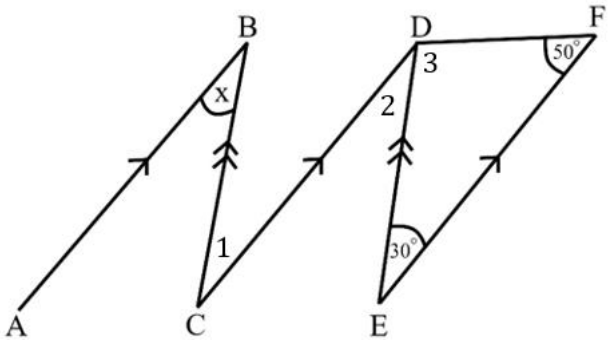
ทำให้ $\Delta ABC \cong \Delta AXY$ เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - มุม - ด้าน

28. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$ จงหาว่า $\hat{x}$ มีค่ากี่องศา



1. 28^{o} 2. 30^{o} 3. 34^{o} 4. 36^{o} 5. 38^{o}

ตอบข้อ 2



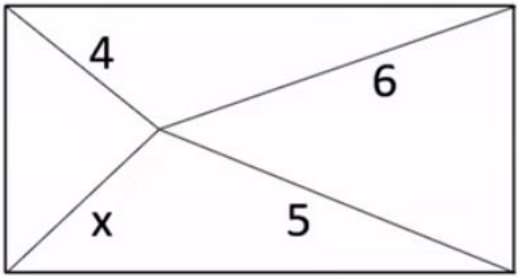
1. $\hat{x} = \hat{1}$ (มุมแย้ง)
2. $\hat{1} = \hat{2}$ (มุมแย้ง)
3. $\hat{2} = \hat{x}$ (สมบัติการถ่ายทอด)
4. $\hat{3} + 50° + 30° = 180°$ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ $180°$)

$$\hat{3} + 80° = 180°$$
$$\hat{3} = 180° - 80° = 100°$$

5. $\hat{2} + \hat{3} + 50° = 180°$ (มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ $180°$)
6. $\hat{x} + 100° + 50° = 180°$ (แทน $\hat{2}$ ด้วยมุม x, แทน ด้วยมุม $100°$)

$$\hat{x} + 150° = 180°$$
$$\hat{x} = 180° - 150° = 30°$$

29. ห้องประชุมหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป ระยะในรูปมีหน่วยเป็นเมตร จงหาความยาว x



1. $\sqrt{3}$ 2. $2\sqrt{2}$ 3. $\sqrt{7}$ 4. $\sqrt{5}$ 5. 2

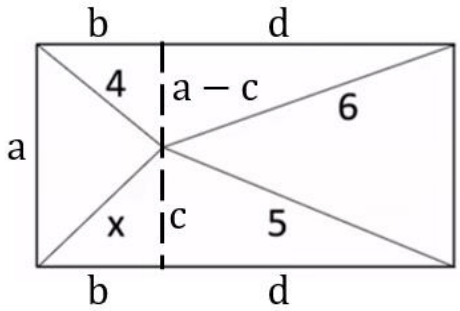
ตอบข้อ 4

$$x^2 = b^2 + c^2 \quad \ldots(1)$$

$$5^2 = c^2 + d^2 \quad \ldots(2)$$

$$6^2 = (a-c)^2 + d^2 \quad \ldots(3)$$

$$4^2 = (a-c)^2 + b^2 \quad \ldots(4)$$



นำ (1) - (2) จะได้ $x^2 - 5^2 = b^2 - d^2 \quad \ldots(5)$

นำ (3) - (4) จะได้ $6^2 - 4^2 = d^2 - b^2 \quad \ldots(6)$

นำ (5) + (6) จะได้ $x^2 + 6^2 = 4^2 + 5^2$

$$x = \sqrt{16 + 25 - 36} = \sqrt{5}$$

30. เมื่อหมุนรูปสามเหลี่ยม AOB รอบจุด (0, 0) ตามทิศทวนเข็มนาฬิกา จำนวนครั้งที่หมุนและกลับมาอยู่ในตำแหน่งเดิมเท่ากับ 12 ข้อใดเป็นขนาดของมุมที่รูปสามเหลี่ยม AOB หมุนรอบจุด (0, 0)

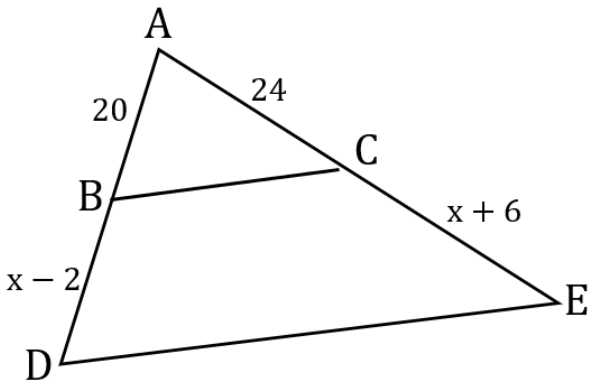
1. 40 องศา 2. 45 องศา 3. 60 องศา

4. 15 องศา 5. 30 องศา

ตอบข้อ 5

$$12 \times 30 = 360$$

31. จงหาค่า x ที่ทำให้ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$



1. 28 2. 30 3. 36

4. 42 5. ไม่มีข้อใดถูก

ตอบข้อ 4

$$\frac{20}{x+18} = \frac{24}{x+30}$$
$$\frac{5}{x+18} = \frac{6}{x+30}$$
$$5x + 150 = 6x + 108$$
$$x = 42$$

32. If the total surface area of a solid right circular cylinder is 880 sq.cm and its radius is 10 cm, find its curved surface area. (Take $\pi = \frac{22}{7}$)

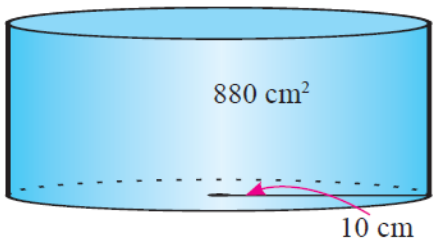
1. $247\frac{3}{7}$ sq. cm. 2. $249\frac{5}{7}$ sq. cm. 3. $251\frac{3}{7}$ sq. cm.

4. $253\frac{5}{7}$ sq. cm. 5. $255\frac{5}{7}$ sq. cm.

ตอบข้อ 3

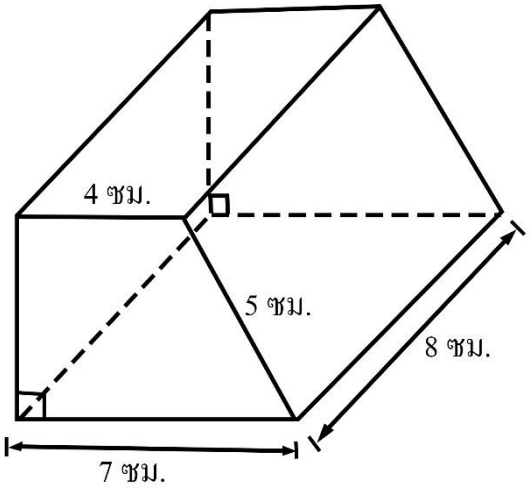
โจทย์หา พื้นที่ผิวส่วนโค้งซึ่งก็คือ

พื้นที่ผิวข้าง = พื้นที่ผิวทั้งหมด – 2×พื้นที่ฐาน



$$= 880 - 2\pi r^2$$
$$= 880 - 2 \times \frac{22}{7} \times 10^2$$
$$= \frac{1760}{7} = 251\frac{3}{7} \text{sq. cm.}$$

33. จากรูป จงหาปริมาตรของปริซึม



1. 176 ลูกบาศก์เซนติเมตร
2. 168 ลูกบาศก์เซนติเมตร
3. 154 ลูกบาศก์เซนติเมตร
4. 146 ลูกบาศก์เซนติเมตร
5. 116 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบข้อ 1

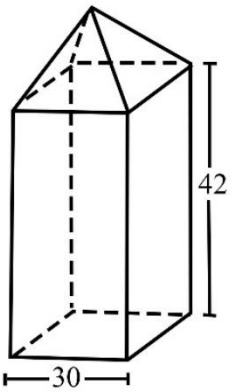
ใช้พีทาโกรัส ความสูง = 4 เซนติเมตร

ปริมาตรของปริซึม $= \left[\frac{1}{2}(4+7)\times 4\right]\times 8$

$= 22\times 8 = 176$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

ดังนั้น ปริมาตรของปริซึม = 176 ลูกบาศก์เซนติเมตร

34. ศิลาจารึกจำลองมีส่วนล่างเป็นปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ส่วนบนเป็นพีระมิด ดังรูป ฐานของทั้งสองเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ยาวด้านละ 30 นิ้ว และมีปริมาตรทั้งหมด 40,200 ลูกบาศก์นิ้ว ถ้าส่วนล่างสูง 42 นิ้ว จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของศิลาจารึก



1. 6,640 ตารางนิ้ว
2. 6,420 ตารางนิ้ว
3. 6,300 ตารางนิ้ว

4. 6,240 ตารางนิ้ว 5. 5,520 ตารางนิ้ว

ตอบข้อ 2

ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก $= 30 \times 30 \times 42 = 37{,}800$ ลูกบาศก์นิ้ว

ปริมาตรของส่วนที่เป็นพีระมิด $= 40{,}200 - 37{,}800 = 2{,}400$ ลูกบาศก์นิ้ว

จาก ปริมาตรพีระมิด $= \frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน$\times$ สูง

$$2400 = \frac{1}{3} \times 30 \times 30 \times l$$

$$l = 8$$

ดังนั้น สูงเอียงของพีระมิด = 8 นิ้ว

พื้นที่ผิวทั้งหมดของศิลาจารึก = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้างของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก + พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

$$= 30 \times 30 + 120 \times 42 + \frac{1}{2} \times 120 \times 8$$

$$= 900 + 5040 + 480$$

= 6,420 ตารางนิ้ว

สาระที่ 3: สถิติ ความน่าจะเป็นและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ข้อ 35 – 40 (จำนวน 6 ข้อ = 15%)

35. กำหนดข้อมูลชุดหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งหมดมี 4 จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ 5 ฐานนิยมมีเพียงค่าเดียวคือ 7 จงหาพิสัยทั้งหมดที่เป็นไปได้

1. 3 และ 4 2. 4 และ 5 3. 5 และ 6

4. 3 และ 5 5. ไม่มีข้อถูก

ตอบข้อ 3

จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ 5 จะได้ว่า ผลบวกข้อมูลทั้งหมด $= 4 \times 5 = 20$

จากฐานนิยมคือ 7 จะได้ว่าจะต้องมีสมาชิกเท่ากับ 7 อย่างน้อยสองตัว

แสดงว่าผลบวกของสองจำนวนที่เหลือคือ 20 – 14 = 6

ซึ่ง $6 = 1 + 5,\ 2 + 4$

ดังนั้น พิสัยทั้งหมดที่เป็นไปได้ คือ 7 – 2 = 5 และ 7 – 1 = 6

36. ชาย 4 คน หญิง 5 คน ยืนเข้าแถวสลับกันได้กี่วิธี

1. 14,400 วิธี 2. 11,520 วิธี 3. 8,640 วิธี

4. 2,880 วิธี 5. 17,280 วิธี

ตอบข้อ 4

ชาย สลับที่ได้ $4!$ วิธี

หญิง สลับที่ได้ $5!$ วิธี

จำนวนวิธีทั้งหมด $4! \times 5! = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 2{,}880$ วิธี

37. In the class, 12 pupils like to eat pizza. If a pupil is selected at random from the class, the probability of selecting a pupil who likes to eat pizza is $\frac{2}{5}$. How many pupils are there in the class?

1. 20 2. 24 3. 28 4. 30 5. 35

ตอบข้อ 4

ให้ x เป็นจำนวนนักเรียนในห้องเรียน

จำนวนเหตุการณ์ที่นักเรียนชอบกินพิซซา $n(E) = 12$

จำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด $n(S) = x$

จะได้ว่า $P = \frac{n(E)}{n(S)}$

$$\frac{12}{x} = \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{12 \times 5}{2} = 30$$

ดังนั้น จำนวนนักเรียนในห้องเรียนเท่ากับ 30 คน

38. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริง โดยที่ $\sin x + \cos x = \frac{4}{3}$ ถ้า $(1 + \tan^2 x)\cot x = \frac{a}{b}$

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ ห.ร.ม. ของ a และ b เท่ากับ 1 แล้ว $a^2 - b^2$ เท่ากับเท่าใด

1. 217 2. 225 3. 239 4. 253 5. 275

ตอบข้อ 5

พิจารณา $\frac{a}{b} = (1 + \tan^2 x)\cot x$

$$\frac{a}{b} = \sec^2 x \cot x = \frac{1}{\cos^2 x}\frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\cos x \sin x} \quad \ldots(1)$$

จาก $\sin x + \cos x = \frac{4}{3}$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง $(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2$

$$\sin^2 x + 2\cos x \sin x + \cos^2 x = \frac{16}{9}$$

$$2\cos x \sin x + 1 = \frac{16}{9}$$

$$2\cos x \sin x = \frac{7}{9}$$

$$\cos x \sin x = \frac{7}{18}$$

จะได้ว่า $\frac{a}{b} = \frac{18}{7} \Rightarrow a = 18, b = 7$

ดังนั้น $a^2 - b^2 = 18^2 - 7^2 = 324 - 49 = 275$

39. ค่าของ $\sin^2 60^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 30^\circ$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{5}{2}$ 2. $\frac{7}{2}$ 3. $\frac{3}{2}$ 4. 3 5. 4

ตอบข้อ 2

$\sin^2 60^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 30^\circ$

$= \sin^2 60^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 45^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 60^\circ$

$= \sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ + \sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ + \sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ + \sin^2 45^\circ$

$= 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

40. จงหาค่าของ $\frac{1\times1!+2\times2!+3\times3!+\cdots+n\times n!}{(n+1)!-0!}$ เมื่อ $0! = 1$

1. 1 2. $n!$ 3. $(n+1)!$ 4. n 5. n^2

ตอบข้อ 1

ให้ $S = \frac{(2-1)\times1!+(3-1)\times2!+(4-1)\times3!+\cdots+(n+1-1)\times n!}{(n+1)!-1!}$

จัดรูปดังนี้

$(2-1)\times 1! = 2\times 1! - 1! = 2! - 1!$

$(3-1)\times 2! = 3\times 2! - 1\times 2! = 3! - 2!$

$(4-1)\times 3! = 4\times 3! - 1\times 3! = 4! - 3!$

$\vdots$

$(n+1-1)\times n! = (n+1)\times n! - 1\times n! = (n+1)! - n!$

จะได้ว่า $S = \frac{2!-1!+3!-2!+4!-3!+\cdots+(n+1)!-n!}{(n+1)!-1!}$

$$S = \frac{(n+1)!-1!}{(n+1)!-1!} = 1$$

โปรดตรวจสอบว่าท่านได้เขียน ชื่อ – สกุล และระบายรหัสประจำตัว เรียบร้อยครบถ้วนแล้ว

หน้า -

พื้นที่ว่างไว้ทด